

1. 원  $x^2 + y^2 = 1$ 과 점  $A(-2, 0)$ 를 지나는 직선의 두 교점을 P, Q라 하자. B(1, 0)에 대하여  $\triangle BPQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하시오.

2. 함수  $f(x)$ 는  $0 \leq x < 1$  에서  $f(x) = x^3$ , 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+1) = f(x) + 3x^2 + 3x$  를 만족한다.

(1)  $f\left(\frac{3}{2}\right)$ 를 구하시오.

(2)  $f\left(-\frac{4}{3}\right)$ 를 구하시오.

(3)  $f(x) + f(-x)$ 를 구하시오.

3. 임의의 자연수  $m$ 에 대하여, 0 이상의 정수  $a$ 가 유일하게 존재하여,  $m$ 을  $m = 2^a b$  ( $b$ 는 양의 홀수) 로 나타내어진다. 이  $a$ 를  $f(m)$ 이라 하자. 예를 들어,

$f(40) = f(2^3 \cdot 5) = 3$  이다. 또 임의의 자연수  $n$ 에 대하여  $S_n$ 을  $S_n = \sum_{m=1}^n f(m)$ 이라 하자.

$\frac{n-1}{2} \leq S_n < n$  임을 보이시오.

4. 다음 빈칸에 들어갈 적절한 수를 기입하시오.

$a, b$ 는 실수이다. 이차방정식

$$(1) x^2 + ax + b = 0 \quad (2) ax^2 + bx + 1 = 0$$

가 공통으로 실근  $\lambda$ 를 갖는다면  $\lambda = ( \quad )$ ,  $a + b = ( \quad )$  이다. 또 (1)과 (2)가 실수가 아닌 근을 공통으로 갖는다면  $a = ( \quad )$ ,  $b = ( \quad )$  이다.

5. 4개의 주사위를 동시에 던져, 나온 눈의 수의 합이  $X$ 일 확률을  $p_X$ 라 하자. 또 다항식  $(x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^4$ 의  $k$ 차 항( $0 \leq k \leq 24$ )의 계수를  $c_k$ 라 하자.

(1)  $p_X = \frac{c_X}{6^4}$ 이다. 어째서인가.

(2)  $E(X)$ 를 구하시오.

6.  $a, b$ 는 실수이고,  $f(x) = x^2 + ax + b$  이다.  $0 \leq x \leq 1$ 을 만족하는 실수  $x$ 의 집합을  $I$ 라 하자.

(1)  $f$ 가  $I$ 에서  $I$ 로의 함수이기 위한  $a, b$ 의 조건을 구하시오.

(2)  $f$ 가  $I$ 에서  $I$ 로의 일대일 대응이기 위한  $a, b$ 의 조건을 구하시오.

7. 실수  $x, y$ 가 부등식  $x \leq y \leq 2x - 1$ 을 만족할 때,  $bx - (x + y)$ 의 최솟값이  $-2$  이도록 하는  $b$ 의 값을 구하시오.