



## 2025학년도 연세대학교 모의 논술 문제 자연계열(수학)

모집단위	수험번호	성명
------	------	----

[문제 1, 단답형] 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  에 대하여  $a_1 = 1, b_1 = 0$  이고,

$$a_{n+1} = 2a_n - 3b_n, b_{n+1} = -a_n + 2b_n (n = 1, 2, 3 \dots), f_n(x) = x^3 + 3a_n x^2 + 9b_n^2 x + 1$$

이라 할 때,  $f_n(x)$  의 극댓값과 극솟값의 차이를  $n$ 에 대한 식으로 나타내시오. [8점]

[문제 2, 단답형] 한 변의 길이가 1인 정팔면체가 주어질 때, 다음 물음에 답하시오.

[문제 2-1] 정팔면체가 가질수 있는 전개도의 개수를 구하시오. (단, 회전하거나 뒤집어서 같은 모양의 전개도일 경우 1개로 한다.) [6점]

[문제 2-2] 정팔면체의 전개도 중, 한 변의 길이가 2인 정육각형에 동일한 전개도를 2개 이상 채울 수 있는 전개도의 수를 구하시오. [3점]

[문제 2-3] 정팔면체의 전개도중 하나를 길이가  $x$ 인 정사각형에 포함되도록 하자.  $x$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

[문제 3, 단답형] 정적분에 관한 다음 두 문항에 답하시오.

[문제 3-1] 상수  $p$ 에 대하여,  $\int_0^p |t-x|dt = \int_0^x |t-p|dt$ 를 만족하는 가능한 모든  $x$ 의 값을  $p$ 에 대한

식으로 나타내시오. (단,  $p \neq 0$ 이다.) [10점]

[문제 3-2] 식  $\int_0^1 |xt-a|dt (a > 0, x > 0)$ 의 값은  $x = \sqrt{2}$ 일 때 최소라고 한다. 이 때,  $a$ 의 값을 구

하시오. [10점]

[문제 4, 서술형] 2025개의 의자가 일렬로 늘어서 있고, 미쿠, 테토는 다음 규칙에 따라 게임을 할 때, 물음에 답하시오.

- a) 미쿠는 왼쪽 끝, 테토는 오른쪽 끝에서 게임을 시작한다.
- b) 1회 마다 주사위를 던져 다음 규칙에 따라 이동한다.
- ① 1, 2가 나오는 경우 : 미쿠가 오른쪽의 바로 옆 의자로 옮겨 앉는다.
  - ② 3, 4가 나오는 경우 : 두 사람 모두 움직이지 않는다.
  - ③ 5, 6이 나오는 경우 : 테토가 왼쪽의 바로 옆 의자로 옮겨 앉는다.
- c) 두 사람은 처음 움직인방향으로만 움직인다.
- d) 반대편 끝에 먼저 도착하는 사람이 승리한다.



[문제 4-1]  $n$ 회 후, 미쿠와 테토가 같은 의자에 있을 확률을 구하시오. [10점]

[문제 4-2]  $n$ 회 후, 미쿠, 테토의 이동 횟수가 각각  $x, y$ 일 확률  $p(x, y)$ 를 구하시오. [5점]

[문제 4-3] 의자를 4개로 줄인 이후 게임을 진행 할 때,  $n$ 회 후에도 승부가 결정되지 않을 확률을 구하시오. (단,  $n \geq 3$ ) [10점]

[문제 5, 서술형] 실수 전체에서 정의된 연속함수  $f(x)$ 가 임의의 실수  $x, y$  와  $0 < t < 1$ 인 임의의 실수  $t$ 에 대하여 다음 부등식을 만족한다.

$$f(tx + (1-t)y) \leq tf(x) + (1-t)f(y)$$

이때, 다음 물음에 답하시오.

[문제 5-1]  $a < b < c$ 인 임의의 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여 다음 부등식이 성립함을 보여라. [5점]

$$f(a-b+c) \leq f(a) - f(b) + f(c)$$

[문제 5-2] 모든 실수  $x$ 에 대하여,  $|f(x)| \leq 1$ 을 만족할 때,  $f'(x)$ 를 구하시오. [15점]

[문제 6, 서술형] 좌표평면 위의 두 점  $(-t, 0), (t, 0)$ 을 각각 점  $A, B$  라고 하자. 점  $A, B$  를 지나는 임의의 원을 그렸을 때, 원에 의해 생기는 두 개의 호  $AB$ 를 삼등분하는 네 점에 의해 생기는 자취의 방정식을 구하시오. (단,  $t \neq 0$ ) [15점]